

**Heinz-Dieter Ebbinghaus. *Ernst Zermelo: An approach to his life and work*. En cooperación con Volker Peckhaus, Springer, Nueva York, 2007, xiv + 356 pp, 42 ilustraciones, Bibliografía detallada (32 pp.) Cronología (9 pp.) Apéndice con versiones originales de algunos textos selectos de Zermelo (34 pp.) Índices onomástico y analítico (18 pp.) US\$ 64.95, ISBN: 978-3-540-49551-2**

El nombre “Zermelo” es conocido para la mayoría de los matemáticos, y para algunos pocos filósofos, como un curioso apellido hispanizante que aparece en las denominaciones de los axiomas clásicos para la teoría de conjuntos. Otros matemáticos asocian el nombre de Zermelo a la introducción del debatido axioma de elección en su célebre prueba de que todo conjunto puede ser bien ordenado. De allí en adelante, todo tiende a ser desconocimiento. La extraordinaria biografía *Ernst Zermelo. An approach to his life and work*, realizada por el reconocido especialista de teoría de modelos, Heinz-Dieter Ebbinghaus, nos muestra un panorama sinuoso y complejo, donde se resalta una labor pionera en la fundamentación de la matemática a comienzos del siglo XX, mucho más determinante de lo que las historias usuales proponen. La biografía de Ebbinghaus incluye una detallada información documental, una cuidadosa descriptividad analítica y un amplio aparato crítico (desglosado arriba). El resultado es una monografía metódica, contundente, desapasionada, acerca de uno de los *protagonistas* esenciales de la fundamentación matemática, quien, después de la biografía de Ebbinghaus, debe poder situarse *a la par* (en lo que se refiere a labores lógicas) de un Bernays, un Skolem, o del mismísimo Hilbert.

En efecto, los trabajos de Zermelo constituyeron, en muchos sentidos, verdaderas *primicias* en el campo de la lógica. La primera axiomatización de la teoría de conjuntos (pp. 76ss), la introducción del axioma de elección (pp. 55ss), la prueba de la buena ordenación de todo conjunto (pp. 53ss), se combinan con otras labores de igual importancia, aunque menos conocidas: el primer curso de teoría de conjuntos de la historia (1900) (p. 48), los primeros énfasis en la localización y la definibilidad como buenas propiedades de control para la axiomática conjuntística (pp. 86ss), el primer curso de lógica matemática

tica ofrecido en una universidad alemana (1907) (pp. 97ss), el primer artículo (1913) sobre lo que luego se llamaría “teoría de juegos” (pp. 129ss), la introducción crucial (1932-35) de los luego denominados “lenguajes infinitarios” (pp. 204ss). Cada uno de estos aportes sería suficiente para que un matemático marcara su nombre en la historia. La conjunción de todo ello sitúa a Zermelo en un lugar de privilegio. La biografía de Ebbinghaus elucida todos estos *aportes*, estudia su *recepción* y muestra cómo la figura *polémica* de Zermelo se proyecta con fuerza en los primeros 40 años del siglo XX.

La monografía se encuentra dividida en cuatro capítulos principales, de acuerdo con los desplazamientos geográficos de Zermelo, e incluye al final un amplio aparato crítico que cubre cerca de 90 páginas adicionales. El *capítulo 1* (“Berlín 1871-1897”) describe su juventud, sus estudios doctorales (tesis en cálculo de variaciones bajo Schwarz) y su primera controversia pública (contra argumentos probabilísticos de Boltzmann, debate perdido). El *capítulo 2* (“Göttingen, 1897-1910”) se extiende sobre el periodo más importante de la vida de Zermelo, con sus aportes mayores a la teoría de conjuntos y su encuentro con Hilbert, quien diría en 1910: “En todas sus publicaciones Zermelo se presenta como *un matemático moderno que combina de manera poco común versatilidad con profundidad*(...) Es al mismo tiempo *la autoridad en lógica matemática*” (p. 115, cursivas y énfasis de Hilbert). El *capítulo 3* (“Zurich 1910-1921”) describe a Zermelo tocado por la enfermedad, en un periodo de decaimiento después de la enorme actividad de Göttingen. El *capítulo 4* (“Friburgo 1921-1953”) narra un nuevo florecimiento, alrededor de sus grandes ideas sobre la jerarquía acumulativa de conjuntos y los lenguajes infinitarios, y explora sus polémicas con Skolem y con Gödel (debates a la larga también perdidos, aunque perdurarían aspectos de las ideas de Zermelo). La biografía de Ebbinghaus –*en su conjunto, en el sentido cantoriano: múltiple y uno a la vez*– nos muestra la *multiplicidad* de una obra enormemente rica y variada, atravesada por algunas grandes ideas *unitarias* (carácter infinitístico de la matemática, irreducible a pruebas finitarias, coherencia progresiva de la jerarquía acumulativa de conjuntos). El resultado nos abre puertas de *complejidad* en matemáticas, donde no es fácil situar y catalogar perentoriamente una supuesta verdad o una supuesta corrección por encima de otras. En pa-

labras del mismo Zermelo (1930), “las “antinomias” de la teoría de conjuntos, cuando se entienden correctamente, no llevan a acalambrear o mutilar la ciencia matemática, sino, más bien, a desplegarla y enriquecerla, de modos aún impredecibles” (p. 192).

En la perspectiva de Ebbinghaus, allende la reconocida influencia de Zermelo en la teoría de conjuntos (axiomatización, axioma de elección, buen orden), adquiere particular relevancia el papel incisivo de Zermelo en lo que podría llamarse la “institucionalización de la lógica matemática” (pp. 92ss) y en los debates acerca del infinito en matemáticas (pp. 204ss). Algunas tesis de 1921 (p. 205), que luego Zermelo defenderá en sus polémicas con Skolem y Gödel, enuncian la necesidad de un infinito platónico, accesible sólo mediante una intuición infinitaria y no reducible a aproximaciones finitas (ni elementales, ni conceptuales, ni demostrativas). Esto fuerza una cierta *especificidad* del pensamiento matemático, que requiere *tanto axiomatizaciones como pruebas infinitísticas*. En contra de las tendencias dominantes posteriores en teoría de modelos (ligadas a la lógica clásica de primer orden, con axiomas y pruebas finitarias), las ideas de Zermelo han adquirido de hecho una nueva vida, no sólo mediante las lógicas infinitarias mencionadas por Ebbinghaus, sino a través de *las clases no elementales* de Shelah, muchos de cuyos profundos quiebres conceptuales parecen tener un tinte próximo a Zermelo. La vida de las ideas es múltiple, con evanescencias y resurgimientos permanentes, y la biografía de Zermelo muestra cómo –aún en la supuestamente aséptica lógica matemática– las contaminaciones y las variaciones son fundamentales para el sano crecimiento (“desplegado”, no “acalambreado”) de la disciplina.

Con respecto a la monografía ya clásica de Gregory Moore, *Zermelo’s Axiom of choice. Its origins, development and influence* (1982), la biografía de Ebbinghaus completa y pondera de varias maneras la evaluación de la figura de Zermelo. Mientras el énfasis de Moore se dirigía al axioma de elección y a una fina disección de su red de expresiones equivalentes en los comienzos de la teoría de conjuntos, la perspectiva de Ebbinghaus (“*An approach*” en el título del libro) se orienta más a la multivalencia de la persona (materiales de archivo revisados con Volker Peckhaus, posiciones universitarias, enfermedades, polémicas), *combinada paralelamente* con la complejidad de su

obra. La *dimensionalidad múltiple* de la aproximación enriquece al personaje (Zermelo), al autor (Ebbinghaus) y al lector mismo. Como consecuencia, emerge imparable la multiplicidad misma del pensamiento matemático, *no reducible* a componentes elementales, lingüísticas, técnicas, conceptuales, sociológicas o históricas por separado. La red que propone Ebbinghaus –influenciado, consciente o inconscientemente, por la multiplicidad de herramientas de la teoría de modelos, de la que ha sido propulsor– muestra la importancia de *ver* a un científico *en su conjunto*, sin seccionarlo arbitrariamente. De esta manera, Ebbinghaus se acerca a las biografías científicas, modelos insuperables del género, que su compatriota Walter Pagel había realizado sobre van Helmont, Paracelso y Harvey entre 1930 y 1970, donde se muestra al autor *como un todo*, y “en vez de seleccionar datos que “tengan sentido” para el acólito de la ciencia moderna, el historiador trata de comprender los “resbalones” filosóficos, místicos o religiosos en aquellos trabajos científicos del pasado que resultarían “correctos” de lo contrario” (PAGEL, *Le idee biologiche di Harvey. Aspetti scelti e sfondo storico* (1966), (Milano: Feltrinelli), 1979, p. 86). En la biografía de Ebbinghaus, los “resbalones” de Zermelo son ciertamente tan dicientes como sus grandes logros, una 3 perspectiva (“*An Approach*”) también adoptada en el reciente y fascinante trabajo de Pierre Cassou-Nogués sobre el Nachlass de Gödel (*Les démons de Gödel. Logique et folie*, (Paris: Éditions du Seuil), 2007).

El extenso trabajo documental de Ebbinghaus y Peckhaus, las precisas discusiones técnicas y conceptuales de Ebbinghaus, su considerable esfuerzo por observar a Zermelo “como un todo”, el rigor del detalle, la apreciación ponderada del personaje, hacen de esta biografía una referencia, si no definitiva (sabemos de los azares del tiempo), al menos actualmente imprescindible. El texto alcanza la categoría de la biografía de Dawson sobre Gödel (*Logical dilemmas. The life and work of Kurt Gödel*, (Wellesley, MA: A K Peters), 1997), y subraya la ausencia de otras biografías serias sobre los protagonistas del momento (Bernays, Skolem, etc.) El caso de Hilbert es aún más patético, con una talla gigantesca muy poco aprovechada en la decepcionante biografía de REID (*Hilbert*, (Nueva York: Springer), 1970): es de esperar que el ejemplo de Ebbinghaus motive a las nuevas generaciones a realizar una biografía adecuada del mayor matemático de la

primera mitad del siglo XX. El justo lugar del innovador y polemista Zermelo, que Ebbinghaus nos ha proporcionado, adquirirá entonces una calibración aún más precisa, fundamental no sólo para la historia de la lógica matemática, sino para la historia de las ideas *en su conjunto*.

Fernando Zalamea  
Universidad Nacional de Colombia. fzalameat@unal.edu.co.